

Comment factoriser une expression ?

Il y a essentiellement 4 types de factorisations :

Type 1 : On remarque un facteur évident :

Exemples	Commentaires
$A=10x+15xy=5x(2+3y)$	$5x$ est un facteur commun aux 2 termes.
$B=(x+1)(3x+2)-6(x+1)$ $B=(x+1)[(3x+2)-6]$ $B=(x+1)(3x-4)$	$(x+1)$ est un facteur commun aux 2 termes. Je le mets en facteur. Je réduis le crochet.
$C=(5x-1)(2x+3)+5x-1$ $C=(5x-1)[(2x+3)+1]$ $C=(5x-1)(2x+4)$	$(5x-1)$ est un facteur commun aux 2 termes. Je le mets en facteur. Je réduis le crochet.

Type 2 : On utilise les règles de calcul sur les puissances (par exemple $x^3=x \cdot x^2$)

Exemples	Commentaires
$A=a^3-3a^2=a^2(a-3)$	a^2 est un facteur commun aux 2 termes.
$B=(2x+3)^2-(2x+3)$ $B=(2x+3)[(2x+3)-1]$ $B=(2x+3)(2x+2)$	$(2x+3)$ est commun aux 2 termes. Je le mets en facteur. Je réduis le crochet.

Type 3 : On fait apparaître l'opposée d'une expression.

Exemples	Commentaires
$A=(9x-1)(2x+7)+(1-9x)(x-1)$ $A=(9x-1)(2x+7)-(9x-1)(x-1)$ $A=(9x-1)[(2x+7)-(x-1)]$ $A=(9x-1)(x+8)$	$(1-9x)$ est l'opposé de $(9x-1)$. On factorise $(9x-1)$
$B=(7-x)(3x+2)+(x-7)^2$ $B=(7-x)(3x+2)+(7-x)^2$ $B=(7-x)[(3x+2)+(7-x)]$ $B=(7-x)(2x+9)$	On utilise le fait que deux nombres opposés ont le même carré, donc : $(x-7)^2 = (7-x)^2$

Type 4 : En utilisant une des trois les identités remarquables (à connaître par cœur).

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\a^2 - 2ab + b^2 &= (a-b)^2 \\a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b)\end{aligned}$$

Exemples	Commentaires
$A = (3x-1)^2 - (x-2)^2$ $A = [(3x-1) - (x-2)][(3x-1) + (x-2)]$ $A = (2x+1)(4x-3)$	J'utilise la troisième identité remarquable avec $a=3x-1$ et $b=x-2$.
$B = 4x^2 - 12x + 9$ $B = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2$ $B = (2x-3)^2$	J'utilise la deuxième identité remarquable avec $a=2x$ et $b=3$.

Exercices

Exercice 1 (Type1) : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 7ab - 56b$$

$$B = 12xy - 4y$$

$$C = (5-x)(x+1) + (2x+7)(5-x) - 3(5-x)$$

Exercice 2 (Type2) : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 5a^3 + 6a^2$$

$$B = (2-7x)^2 - (2-7x)(3+x)$$

$$C = (3x+2)^2 - (3x+2)$$

Exercice 3 (Type3) : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (x-3)(x+3) + (5-x)(3-x)$$

$$B = (x-2)(x+4) + 2 - x$$

Exercice 4 (Type4) : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 9 - x^2$$

$$B = 49x^2 - 16$$

$$C = (5x-3)^2 - (2x+5)^2$$

$$D = 9x^2 + 12x + 4$$

$$E = 81 - 4x^2$$

$$F = 16a^2 - 24a + 9$$

Exercice 5 (Mélange de types) : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (3-x)^2 + (x-3)(2x-1) + 9 - 3x$$

$$B = 3(1-3x) - (2-6x)^2$$

$$C = (x-4)(x+1) - 2(4-x)^2$$

$$D = (9x+3)(5x-1) + 1 - 25x^2$$

$$E = (3x-2)(3x+2) + 3x + 2$$

$$F = 15x - 3 - (7x+1)(5x-1)$$

$$G = (x-2)^3 - 4(x-2)$$

$$H = 16x^2 - 9 + (4x+3)(x-1)$$

$$I = 2(x+1)(5-x) + 5(15-3x)^2$$

$$J = (x+4)(x+3) - (x+4)(3x-2)$$

Exercice 1

$$A = 7ab - 56b = 7ab - 8 \cdot 7b = 7b(a - 8)$$

$$B = 12xy - 4y = 4y(3x - 1)$$

$$C = (5-x)(x+1) + (2x+7)(5-x) - 3(5-x)$$

$$= (5-x)[(x+1) + (2x+7) - 3] = (5-x)(3x+5)$$

Exercice 2

$$A = 5a^3 + 6a^2 = a^2(5a + 6)$$

$$B = (2-7x)^2 - (2-7x)(3+x) = (2-7x)[(2-7x) - (3+x)] \\ = (2-7x)(-8x - 1)$$

$$C = (3x+2)^2 - (3x+2) = (3x+2)[(3x+2) - 1] = (3x+2)(3x+1)$$

Exercice 3

$$A = (x-3)(x+3) + (5-x)(3-x) = (x-3)[(x+3) - (5-x)] \\ = (x-3)(2x-2)$$

$$B = (x-2)(x+4) + 2-x = (x-2)(x+4) - (x-2) \\ = (x-2)[(x+4)-1] = (x-2)(x+3)$$

Exercice 4

$$A = 9-x^2 = (3-x)(3+x)$$

$$B = 49x^2 - 16 = (7x-4)(7x+4)$$

$$C = (5x-3)^2 - (2x+5)^2 = [(5x-3) - (2x+5)][(5x-3) + (2x+5)] \\ = (3x-8)(7x+2)$$

$$D = 9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$$

$$E = 81 - 4x^2 = (9-2x)(9+2x)$$

$$F = 16a^2 - 24a + 9 = (4a-3)^2$$

Exercise 5

$$A = (3-x)^2 + (x-3)(2x-1) + 9-3x$$

$$= (3-x)^2 - (3-x)(2x-1) + 3(3-x) = (3-x)[(3-x) - (2x-1) + 3]$$

$$= (3-x)(-3x+7)$$

$$B = 3(1-3x) - (2-6x)^2 = 3(1-3x) - [2(1-3x)]^2 = 3(1-3x) - 4(1-3x)^2$$

$$= (1-3x)(3-4(1-3x)) = (1-3x)(12x-1)$$

$$C = (x-4)(x+1) - 2(4-x)^2 = (x-4)(x+1) - 2(x-4)^2$$

$$= (x-4)[(x+1) - 2(x-4)] = (x-4)(-x+9)$$

$$D = (9x+3)(5x-1) + 1-25x^2 = (9x+3)(5x-1) + (1-5x)(1+5x)$$

$$= (5x-1)[(9x+3) - (1+5x)] = (5x-1)(4x+2)$$

$$E = (3x-2)(3x+2) + (3x+2) = (3x+2)[(3x-2)+1] = (3x+2)(3x-1)$$

$$F = 15x-3 - (7x+1)(5x-1) = 3(5x-1) - (7x+1)(5x-1)$$

$$= (5x-1)(3-(7x+1)) = (5x-1)(-7x+2)$$

$$G = (x-2)^3 - 4(x-2) = (x-2)[(x-2)^2 - 4] = (x-2)[(x-2)-2][(x-2)+2]$$

$$= (x-2)(x-4)(x) = x(x-2)(x-4)$$

$$H = 16x^2 - 9 + (4x+3)(x-1) = (4x-3)(4x+3) + (4x+3)(x-1)$$

$$= (4x+3)[(4x-3)+(x-1)] = (4x+3)(5x-4)$$

$$I = 2(x+1)(5-x) + 5(15-3x)^2 = 2(x+1)(5-x) + 5[3(5-x)]^2$$

$$= 2(x+1)(5-x) + 5 \cdot 9 \cdot (5-x)^2 = (5-x)[2(x+1) + 45(5-x)]$$

$$= (5-x)(-43x + 227)$$

$$J = (x+4)(x+3) - (x+4)(3x-2)$$

$$J = (x+4)[(x+3) - (3x-2)] = (x+4)(-2x+5)$$