Probabilités conditionnelles (fiche 2)

Exercice 1 (d'après BTS CGO 2006)

Une entreprise fabrique en grande quantité un certain type de pièces pour de l'équipement informatique. Les pièces sont fabriquées par deux machines notées « machine 1 » et « machine 2 ».

40% des pièces proviennent de la machine 1 et 60% de la machine 2. On admet que 5% des pièces provenant de la machine 1 sont défectueuses et que 2% des pièces provenant de la machine 2 sont défectueuses. On prélève au hasard et de façon équiprobable une pièce dans la production d'une journée des deux machines.

On considère les événements :

- A : « la pièce provient de la machine 1 ».
- B : « la pièce provient de la machine 2 ».
- D : « la pièce est défectueuse ».

1. A l'aide des informations contenues dans l'énoncé, donner les probabilités $p(A)$, $p(B)$, $p_A(D)$ et $p_B(D)$ (on rappelle que $p_A(D)$ est la probabilité de l'événement D sachant que l'événement A est réalisé).
2. (a) Calculer $p(A \cap D)$ et $p(B \cap D)$.
   (b) En déduire la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.
3. Calculer la probabilité qu'une pièce provienne de la machine 1 sachant qu'elle est défectueuse.

Exercice 2 (d'après BTS CGO 2005)

Une entreprise fabrique en grande quantité des sacs poubelle. On admet que 3% des sacs de la production présentent un défaut.

On contrôle les sacs d'un lot. Ce contrôle refuse 94% des sacs avec défaut et accepte 92% des sacs sans défaut. On prélève un sac au hasard du lot et on considère les événements suivants :

- D : « le sac a un défaut ».
- A : « le sac est accepté à l'issue du contrôle ».

1. A l'aide des informations contenues dans l'énoncé, donner les probabilités $p(D)$, $p_D(\overline{A})$ et $p_{\overline{D}}(A)$.
2. (a) Déterminer $p_D(A)$.
   (b) Calculer $p(A \cap D)$ et $p(A \cap \overline{D})$.
3. En déduire $p(A)$.
4. Calculer la probabilité qu'un sac soit défectueux sachant qu'il a été accepté par le contrôle (résultat arrondi à 10^{-3} près).

Exercice 3 (d'après BTS CGO 2002)

Une station de sports d'hiver s'intéresse à la durée d'attente (en minutes) au pied de l'une des remontées mécaniques de la station. On considère les événements suivants :

- A : « la durée d'attente lors de la première montée est supérieure à 3 minutes ».
- B : « la durée d'attente lors de la deuxième montée est supérieure à 3 minutes ».

Des observations permettent d'admettre que $p(A) = 0,2$.

De plus on constate que :

- si la durée d'attente lors de la première montée est supérieure à 3 minutes, alors la probabilité que la durée d'attente lors de la deuxième montée soit supérieure à 3 minutes est $0,3$.
- si la durée d'attente lors de la première montée est strictement inférieure à 3 minutes, alors la probabilité que la durée d'attente lors de la deuxième montée soit supérieure à 3 minutes est $0,5$.

Calculer les probabilités des événements $\overline{A}$, $A \cap B$ et $\overline{A} \cap B$. En déduire que $p(B) = 0,46$.