

Chapitre 1 : Droites et fonctions affines

I- Equations de droites

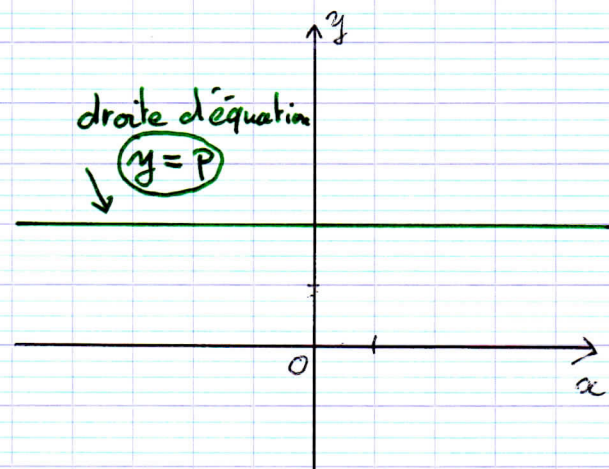
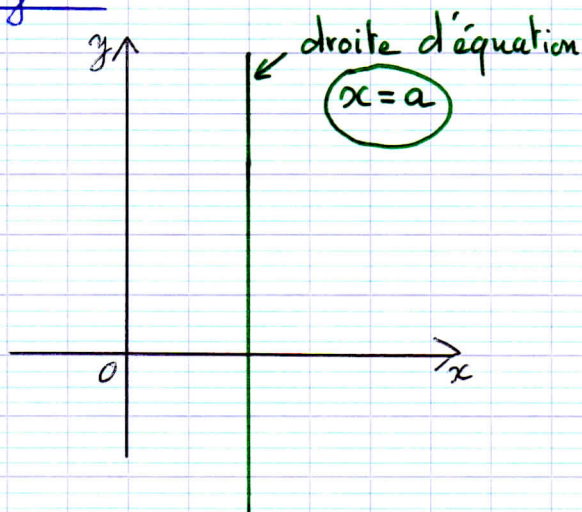
① Définition

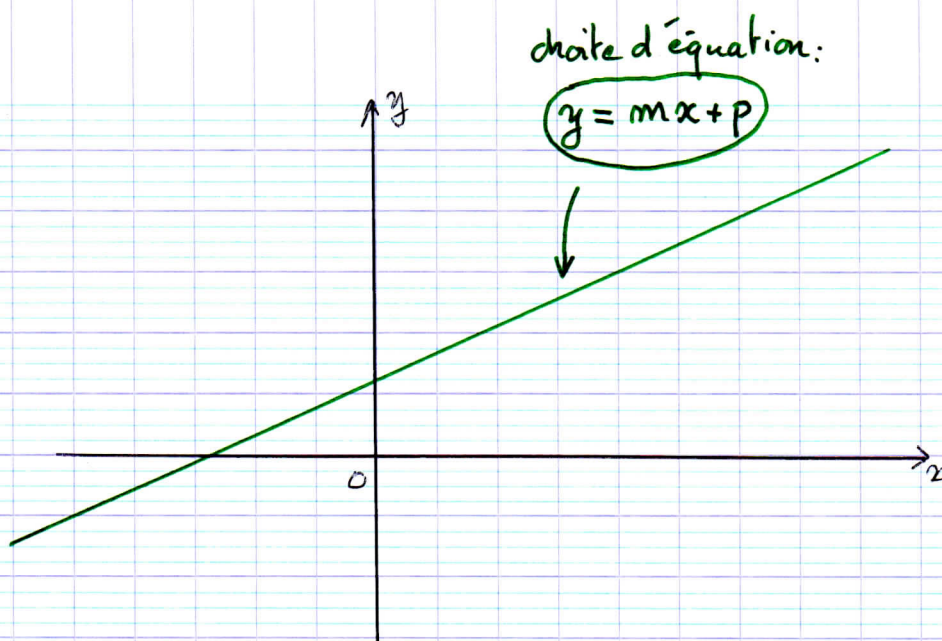
Soit D une droite du plan muni d'un repère.

On appelle équation de la droite D dans le repère une relation (ou une égalité) vérifiée (uniquement) par les coordonnées (x, y) de tous les points de la droite.

- Si D est "verticale", une équation de D est : $x = a$ (où a est un nombre donné)
- Si D est "horizontale", une équation de D est : $y = p$ (où p est un nombre donné)
- Sinon, (c'est à dire lorsque la droite est oblique) alors une équation de D s'écrit sous forme réduite : $y = mx + p$ (m et p sont des nombres)

figures :





② Coefficient directeur et ordonnée à l'origine.

D est une droite "non verticale". Elle a donc une équation réduite de la forme :

$$y = mx + p$$

m est le coefficient directeur de D (ou pente de D)

p est appelé l'ordonnée à l'origine.

Comment déterminer m et p ?

* p est l'ordonnée à l'origine de D , c'est l'ordonnée du point d'intersection de D avec l'axe des ordonnées (Oy). (voir figure suivante)

* m est le coefficient directeur de $\mathcal{D}$.

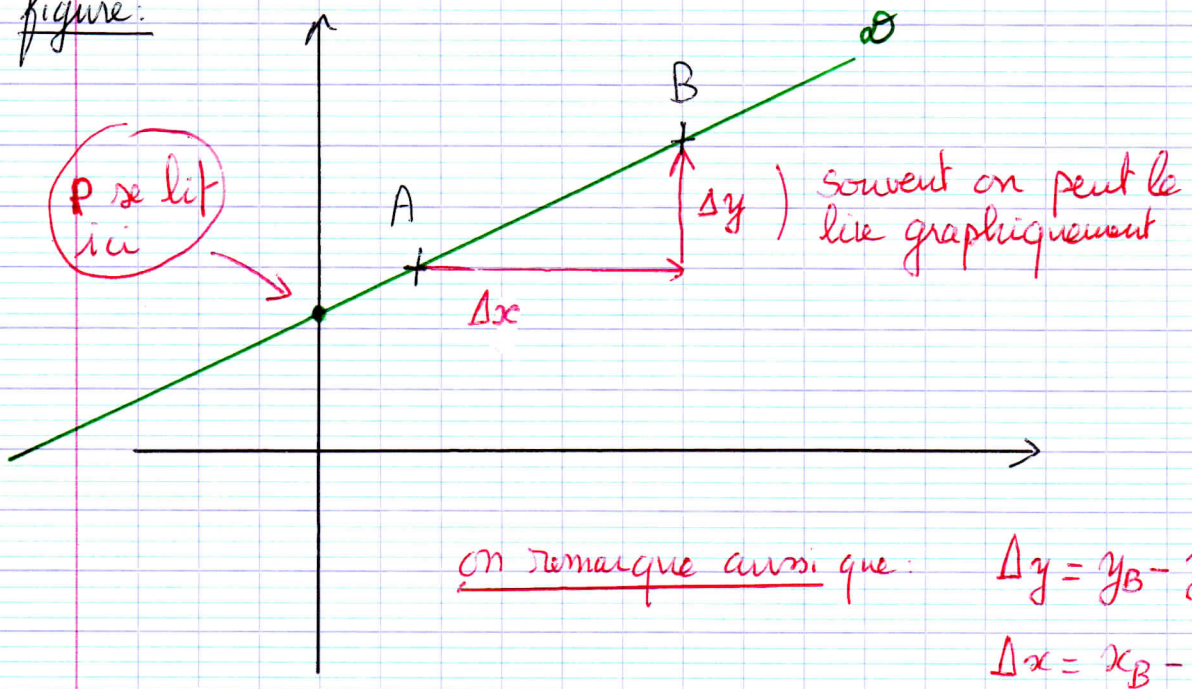
variation
suivant y

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

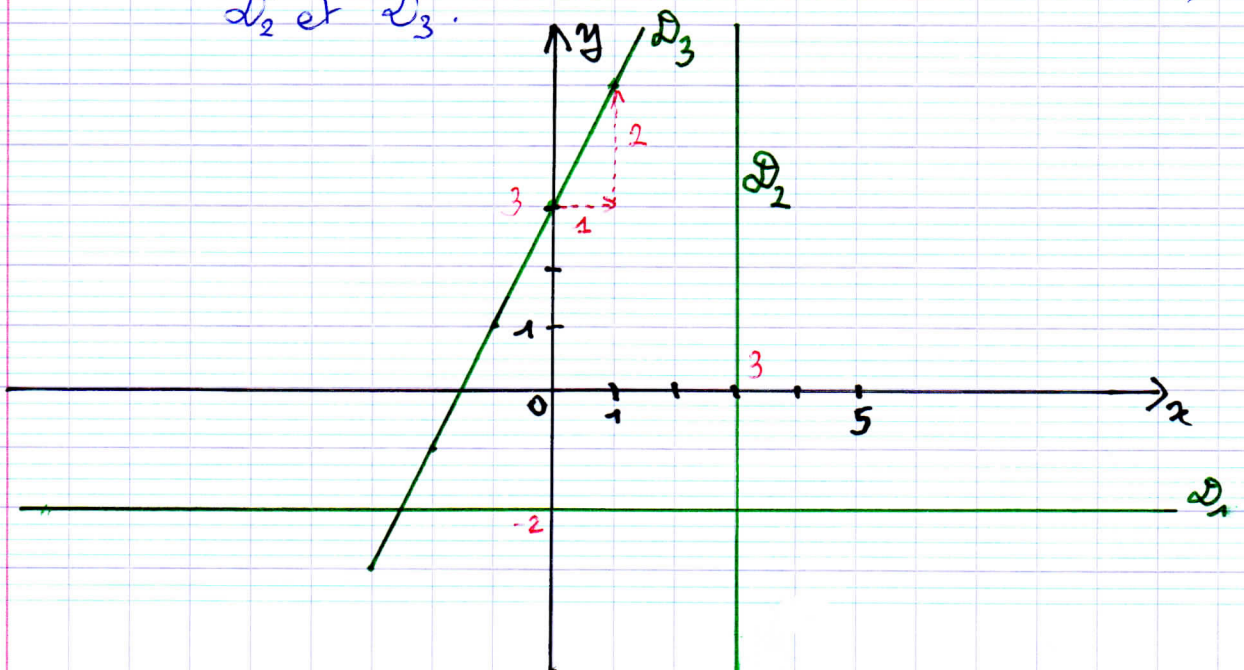
(voir figure)

variation
suivant x

figure:



Exercice: Donner une équation des trois droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$.



corrigé

D_1 a pour équation: $y = -2$

D_2 a pour équation: $x = 3$

D_3 a pour équation: $y = mx + p$

$$\text{avec } m = \frac{2}{1} = 2$$

$$p = 3$$

Donc D_3 a pour équation: $y = 2x + 3$

Théorème:

Deux droites sont parallèles si et seulement si leurs coefficients directeurs sont les mêmes.

③ Tracer une droite dont on connaît une équation

Lorsque la droite a pour équations $x = a$ ou $y = b$ alors elle est "verticale" ou "horizontale". On la trace facilement.

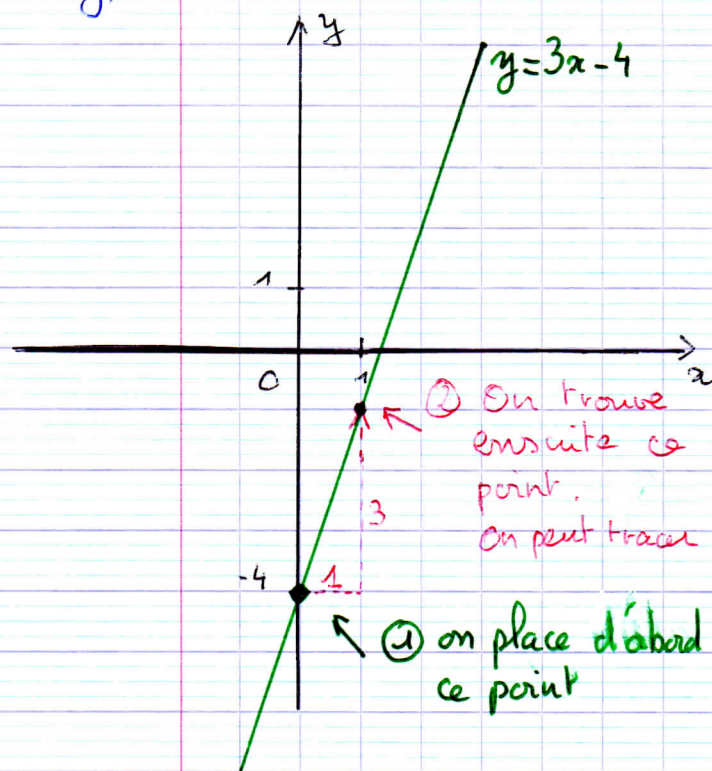
Si son équation est de la forme: $y = mx + p$ alors nous avons essentiellement deux méthodes. La première méthode convient lorsque le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine sont des entiers, elle est basée sur l'interprétation graphique de ces nombres. La deuxième méthode peut toujours être utilisée.

Exemple: Tracer la droite d'équation $y = 3x - 4$.

méthode 1

L'ordonnée à l'origine vaut -4 , donc la droite passe par le point de coordonnées $(0; -4)$.

De plus, son coefficient directeur vaut 3 , donc en partant d'un point de la droite, on rejoint un autre point de la droite en avançant d'une unité suivant (Ox) et en montant de 3 unités suivant (Oy) .



méthode 2

On calcule les coordonnées de deux points en imposant une valeur de x et en calculant y à l'aide de l'équation:

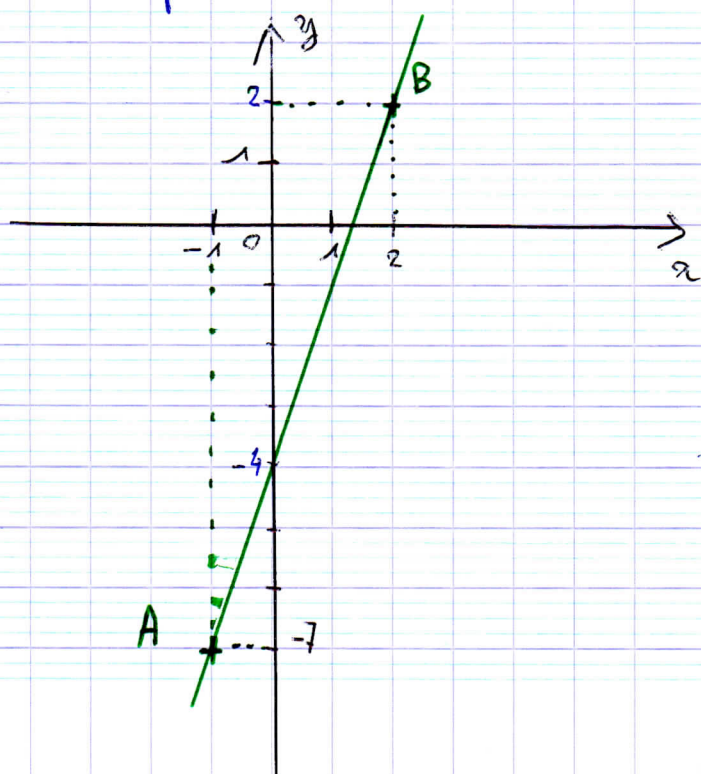
• Si $x = -1$: $y = 3(-1) - 4$
 $y = -3 - 4$
 $y = -7$

Donc le point $A(-1, -7)$ est sur la droite

• Si $x = 2$: $y = 3 \times 2 - 4$
 $y = 6 - 4$
 $y = 2$

Donc le point $B(2, 2)$ est sur la droite.

→ On peut tracer la droite



II. Fonctions affines

① Définition.

Une fonction f est dite affine si son expression peut se mettre sous la forme :

$$f(x) = ax + b \quad \text{avec } a \text{ et } b \text{ des nombres}$$

De plus, si $b=0$, on dit que f est linéaire.
C'est à dire que son expression se réduit à $f(x) = ax$

Remarque : a s'appelle le coefficient directeur de f .
 b s'appelle l'ordonnée à l'origine.

Exemple : Dire si les fonctions suivantes sont affines ou non.

$$f(x) = 3x - 4$$

$$g(x) = -2x + 3$$

$$h(x) = x^2$$

$$k(x) = 3x^2 + 6$$

$$l(x) = 3x$$

$$m(x) = \sin(2x - 1)$$

② Théorème:

La représentation graphique d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est la droite d'équation $y = ax + b$.

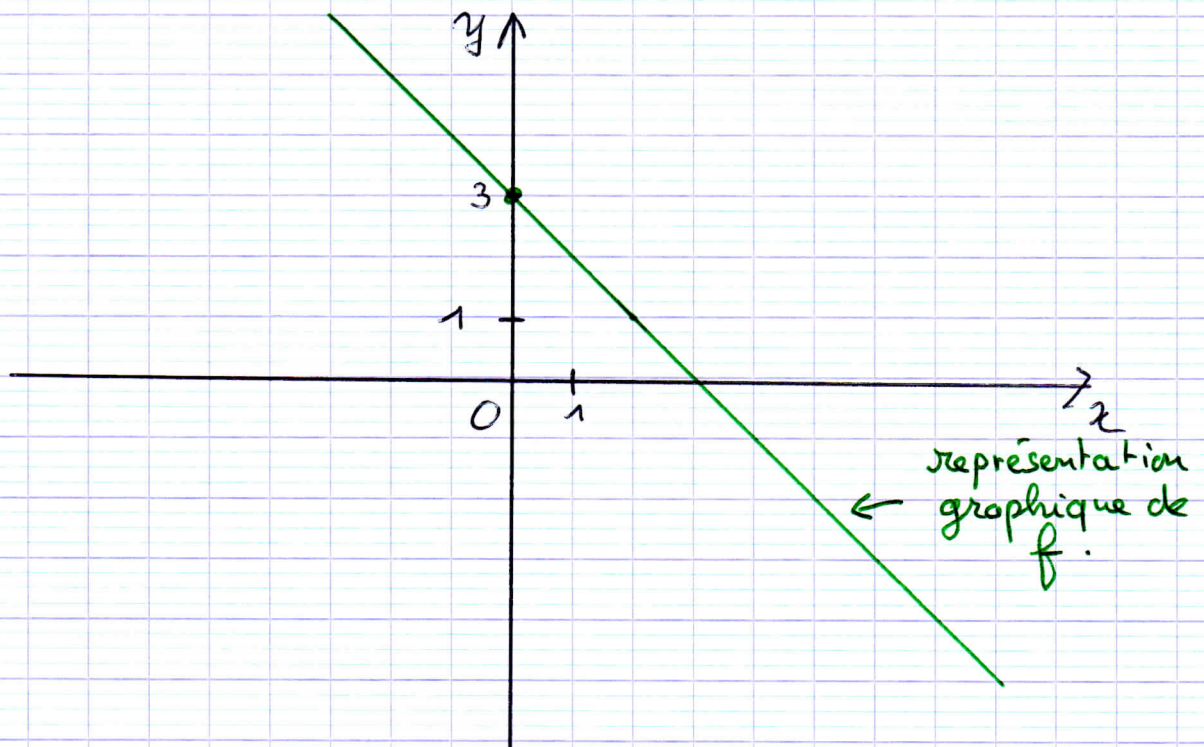
Si la fonction est linéaire, la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.

Exemple: Soit f la fonction définie par:

$$f(x) = -x + 3.$$

Tracer la représentation graphique de f .

Corrigé: f est une fonction affine, sa représentation graphique est donc la droite d'équation $y = -x + 3$.



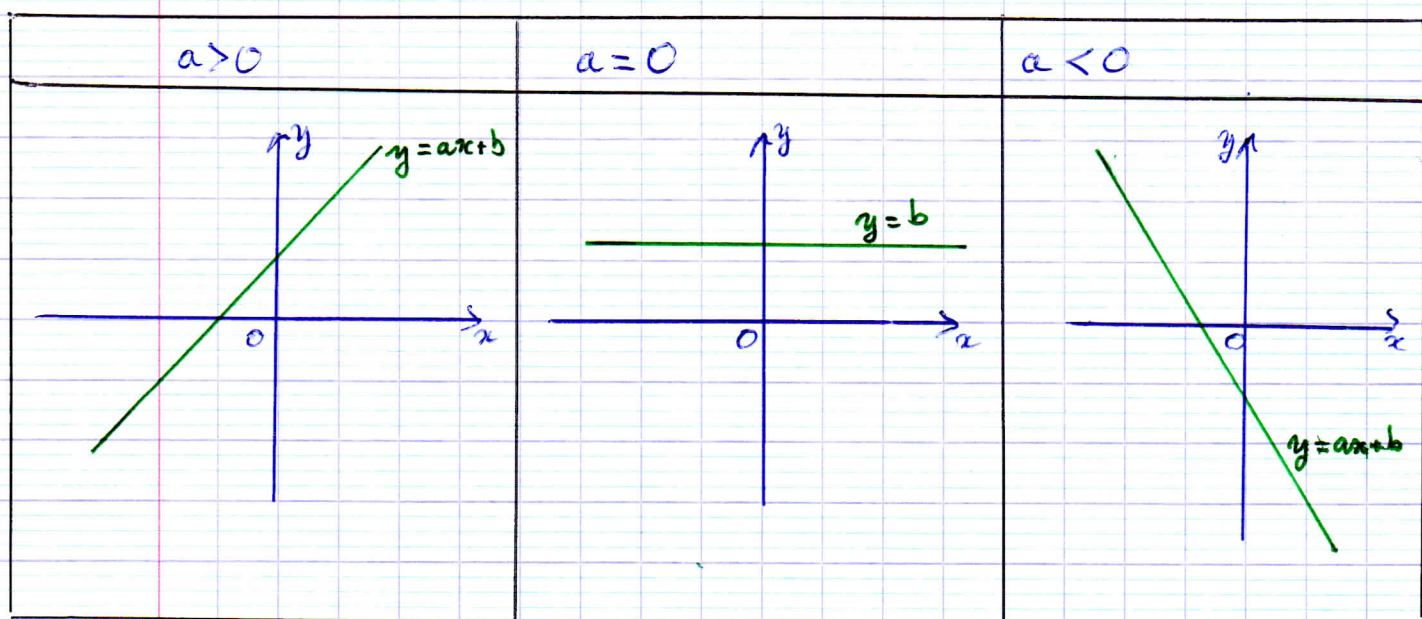
③ Variations et signe d'une fonction affine.

* Variations d'une fonction affine

Soit $f(x) = ax + b$ une fonction affine

si $a > 0$ f est strictement croissante
 si $a < 0$ f est strictement décroissante.
 si $a = 0$ f est constante

illustration.



* Signe d'une fonction affine

D'après les variations ci-dessus, on en déduit que si $a \neq 0$, la fonction affine $f(x) = ax + b$ ne s'annule que pour une seule valeur de x :
 Calculons cette valeur :

$$\begin{aligned}
 f(x) = 0 &\Leftrightarrow ax + b = 0 \\
 &\Leftrightarrow ax = -b \\
 &\Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}
 \end{aligned}$$

D'où le signe d'une fonction affine.

si $a > 0$

x	$-\frac{b}{a}$
$ax+b$	- 0 +

si $a < 0$

x	$-\frac{b}{a}$
$ax+b$	+ 0 -

Exercice: Tracer le tableau de signe des fonctions affines suivantes

① $f(x) = 2x + 4$

② $g(x) = -x + 5$

③ $h(x) = 2x - 3$